

GUIA 3: **Determinantes. Matriz Adjunta**

1. Evalúe los siguientes determinantes en forma directa:

$$(a) \begin{vmatrix} 2 & 17 & 4 \\ 0 & 7 & -1 \\ 0 & 0 & 4 \end{vmatrix} \quad (b) \begin{vmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 6 & 7 & 0 & 0 \\ -3 & 1 & 4 & 0 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{vmatrix} \quad (c) \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 6 & 7 & -1 \\ -1 & 2 & -3 \end{vmatrix} \quad (d) \begin{vmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 6 & -12 & -1 \\ -3 & 6 & 4 \end{vmatrix}$$

2. Para cada una de las siguientes matrices encuentre su determinante, reduciendo la matriz por filas:

$$(a) \begin{pmatrix} 3 & 6 & -9 \\ 0 & 0 & -2 \\ -2 & 1 & 5 \end{pmatrix} \quad (c) \begin{pmatrix} 1 & -3 & 0 \\ -2 & 4 & 1 \\ 5 & -2 & 2 \end{pmatrix} \quad (e) \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 & 1 \\ 5 & -9 & 6 & 3 \\ -1 & 2 & -6 & 3 \\ 2 & 8 & 6 & 1 \end{pmatrix}$$

$$(b) \begin{pmatrix} 0 & 3 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \\ 3 & 2 & 4 \end{pmatrix} \quad (d) \begin{pmatrix} 3 & -6 & 9 \\ -2 & 7 & -2 \\ 0 & 1 & 5 \end{pmatrix} \quad (f) \begin{pmatrix} 2 & 1 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \\ 0 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

3. Dado que  $\det(A) = \begin{vmatrix} a & b & c \\ d & e & f \\ g & h & i \end{vmatrix} = -6$ , encuentre

$$(a) \begin{vmatrix} d & e & f \\ g & h & i \\ a & b & c \end{vmatrix} \quad (b) \begin{vmatrix} 3a & 3b & 3c \\ -d & -e & -f \\ 4g & 4h & 4i \end{vmatrix} \quad (c) \begin{vmatrix} a+g & b+h & c+i \\ d & e & f \\ g & g & i \end{vmatrix} \quad (d) \begin{vmatrix} -3a & -3b & -3c \\ d & e & f \\ g-4d & h-4e & i-4f \end{vmatrix}$$

$$(e) \det(3A) \quad (f) \det(2A^{-1}) \quad (g) \det((2A)^{-1}) \quad (h) \begin{vmatrix} a & d & g \\ b & e & h \\ c & f & i \end{vmatrix} = -6$$

4. Encuentre los valores de  $k$  para que la matriz  $A$  sea invertible:

$$(a) A = \begin{pmatrix} k-3 & -2 \\ -2 & k-2 \end{pmatrix} \quad (b) A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 4 \\ 3 & 1 & 6 \\ k & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

5. En cada una de las siguientes matrices, encuentre  $A^{-1}$ :

$$(a) A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -1 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix} \quad (c) A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

$$(b) A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & -4 \end{pmatrix} \quad (d) A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 8 & 1 & 0 \\ -5 & 3 & 6 \end{pmatrix}$$

6. Sea

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 3 \\ 6 & 7 & -1 \\ -3 & 1 & 4 \end{pmatrix}$$

(a) Encuentre todos los menores de  $A$ .

(b) Encuentre todos los cofactores.

7. Sea

$$A = \begin{pmatrix} 4 & -1 & 1 & 6 \\ 0 & 0 & -3 & 3 \\ 4 & 1 & 0 & 14 \\ 4 & 1 & 3 & 2 \end{pmatrix}$$

Encuentre

(a)  $M_{13}$  y  $C_{13}$ , (b)  $M_{23}$  y  $C_{23}$  (c)  $M_{22}$  y  $C_{22}$  (d)  $M_{21}$  y  $C_{21}$ .

8. Para cada una de las siguientes matrices, evalúe  $\det(A)$  por expansión de cofactores através de una fila o columna:

(a)  $A = \begin{pmatrix} -3 & 0 & 7 \\ 2 & 5 & 1 \\ -1 & 0 & 5 \end{pmatrix}$

(d)  $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 0 & 5 \\ 2 & 2 & 0 & -2 \\ 4 & 1 & -3 & 0 \\ 2 & 10 & 3 & 2 \end{pmatrix}$

(b)  $A = \begin{pmatrix} 3 & 3 & 1 \\ 1 & 0 & -4 \\ 1 & -3 & 5 \end{pmatrix}$

(e)  $A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 3 & 3 & -1 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 2 & 3 \\ 9 & 4 & 6 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 4 & 2 & 3 \end{pmatrix}$

(c)  $A = \begin{pmatrix} k+1 & k-1 & 7 \\ 2 & k-3 & 4 \\ 5 & k+1 & k \end{pmatrix}$

9. En cada una de las siguientes matrices, encuentre  $A^{-1}$ :

(a)  $A = \begin{pmatrix} 2 & 5 & 5 \\ -1 & -1 & 0 \\ 2 & 4 & 3 \end{pmatrix}$

(c)  $A = \begin{pmatrix} 2 & -3 & 5 \\ 0 & 1 & -3 \\ 0 & 0 & 2 \end{pmatrix}$

(b)  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 3 \\ 0 & 3 & 2 \\ -2 & 0 & -4 \end{pmatrix}$

(d)  $A = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 0 \\ 8 & 1 & 0 \\ -5 & 3 & 6 \end{pmatrix}$

10. Sea

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 3 & 1 & 1 \\ 2 & 5 & 2 & 2 \\ 1 & 3 & 8 & 9 \\ 1 & 3 & 2 & 2 \end{pmatrix}$$

(a) Encuentre  $A^{-1}$  usando eliminación gaussiana.

(b) Encuentre  $A^{-1}$  usando la adjunta de  $A$ .

(c) Diga cual método involucra menos cálculos.